

## 13. Übungsblatt: Entscheidbarkeit, Reduzierbarkeit

**Aufgabe 1.** (H 1 + 5 Punkte)

Sei  $A = \{f(0), f(1), f(2), \dots\}$  rekursiv aufzählbar mittels einer totalen berechenbaren Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \Sigma^*$ .

- a) Sei  $C = e(A)$  für eine totale berechenbare Funktion  $e : \Sigma^* \rightarrow \Delta^*$ . Konstruieren Sie eine totale berechenbare Funktion  $d : \mathbb{N} \rightarrow \Delta^*$ , die  $C$  aufzählt.
- b) Sei  $B \leq A$  mittels einer totalen berechenbaren Funktion  $g : \Gamma^* \rightarrow \Sigma^*$ . Konstruieren Sie eine totale berechenbare Funktion  $h : \mathbb{N} \rightarrow \Gamma^*$ , die  $B \neq \emptyset$  aufzählt.

**Aufgabe 2.** (H 3 + 6 Punkte)

Welche der folgenden Sprachen ist rekursiv aufzählbar? Begründung!

- a)  $L = \{w \mid \text{für alle } w' \text{ gilt: } M_w \text{ angesetzt auf } w' \text{ hält} \Leftrightarrow M_{w'} \text{ angesetzt auf } w \text{ hält nicht}\}$
- b)  $L' = \{w \mid \text{für alle } w' \text{ gilt: } M_w \text{ angesetzt auf } w' \text{ hält nicht oder } M_{w'} \text{ angesetzt auf } w \text{ hält nicht}\}$

**Aufgabe 3.** (H 3 Punkte)

Geben Sie eine geeignete reguläre Sprache  $L$  an und zeigen Sie, dass jede entscheidbare Sprache auf  $L$  reduziert werden kann.

**Aufgabe 4.** (H 5 Punkte)

Zeigen Sie, dass es unentscheidbar ist, ob eine Turingmaschine genau die Sprache der Palindrome erkennt, d.h. dass die Sprache  $\{w \in \{0, 1\}^* \mid L(M_w) = \{v \in \{a, b\}^* \mid v = v^R\}\}$  nicht entscheidbar ist.

**Aufgabe 5.** (H 3 + 3 + 3 Punkte)

Geben Sie jeweils mit Begründung für die folgenden Sprachen an, ob sie entscheidbar sind:

- a)  $\{w\#x \mid M_w \text{ angesetzt auf das leere Band hält und gibt } x \text{ aus}\}$
- b)  $\{w\#x \mid M_w \text{ angesetzt auf das leere Band hält nach } \leq |x|^3 \text{ Schritten und gibt } x \text{ aus}\}$
- c)  $\{w \mid M_w \text{ angesetzt auf das leere Band hält nach } \leq |x|^3 \text{ Schritten und gibt ein } x \in \Sigma^* \text{ aus.}\}$