

10. Übungsblatt: Turing- und LOOP-Berechenbarkeit

Aufgabe 1. (H 2 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5 Punkte)

In LOOP-Programmen seien die Abkürzungen

„ $x_i := x_j + x_k$ “ für „ $x_i := x_j$; LOOP x_k DO $x_i := x_i + 1$ END“,
„ $x_i := x_j * x_k$ “ für „ $x_i := 0$; LOOP x_k DO $x_i := x_i + x_j$ END“ und,
„IF $x_i = 0$ THEN A END“ für
„ $y := 1$; LOOP x_i DO $y := 0$ END; LOOP y DO A END“

bereits definiert. Definieren Sie weitere LOOP-(Teil-)Programme für die folgenden Abkürzungen:

- $x_i := x_j^{x_k}$
- IF $x_i > 0$ THEN A END
- IF $x_i > x_j$ THEN A ELSE B END
- $x_i := fib(x_j)$, wobei die Fibonacci-Zahlen definiert sind durch
 $fib(0) = 0, fib(1) = 1$ und $fib(n) = fib(n-1) + fib(n-2)$ für $n \geq 2$.
- $x_i := \sum_{l=0}^{x_j} f(l)$, wobei die Abkürzung $x_k := f(x_l)$ bereits definiert sei.
- $x_i := x_j \text{ DIV } x_k; x_l := x_j \text{ MOD } x_k$ D.h. es soll nach der Ausführung $x_l < x_k$ und $x_j = x_l + x_k * x_i$ gelten. Es darf $x_k > 0$ angenommen werden.

Kommentieren Sie Ihre Programme möglichst klar verständlich. (Schlecht kommentierte Programme werden ggf. nicht korrigiert.)

Aufgabe 2. (H 3 + 5 Punkte)

Wir wollen LOOP-Programme mit Turingmaschinen simulieren. Eine Belegung der Variablen x_1, \dots, x_n sei dargestellt durch den Bandinhalt $\#1^{x_1}\#1^{x_2}\#\dots\#1^{x_n}\#$, d.h. die Zahlen werden unär codiert. Für ein LOOP-Programm A sei bereits eine Turingmaschine definiert, die mit der Konfiguration $q_A\#1^{x_1}\#1^{x_2}\#\dots\#1^{x_n}\#$ startet und mit der Konfiguration $q'_A\#1^{x'_1}\#1^{x'_2}\#\dots\#1^{x'_n}\#$ hält, wobei keine Übergänge von q'_A definiert sind und x'_i die Belegung der Variablen x_i nach Ausführung der Programmes A ist. Wird x_i in A nicht benutzt, so ist $x'_i = x_i$.

- Geben Sie eine Turingmaschine für $x_i := x_i + 1$ an.
- Beschreiben Sie informell (die Angabe der vollständigen Tabelle der Überföhrungsfunktion ist nicht gefordert, die Konzentration auf die wesentlichen technischen Details genügt) die Arbeitsweise einer Einband-Turingmaschine, die „LOOP x_i DO A END “ berechnet.